

一种基于模糊函数的自适应平滑 约束图像复原算法

刘鹏¹⁾ 张岩²⁾ 毛志刚¹⁾

¹⁾(哈尔滨工业大学微电子中心, 哈尔滨 150001) ²⁾(哈尔滨工业大学深圳研究生院, 深圳 518055)

摘要 为了在抑制噪声的同时保护图像的细节, 提出了一种基于模糊函数的自适应平滑约束图像复原算法。该算法首先用模糊函数对图像局部区域内线元素的数量和方向进行评价, 然后根据评价结果使用不同的高通滤波器构造平滑约束条件, 同时使平滑约束条件随着图像复原的迭代过程不断更新, 以便自适应地在图像平坦区域抑制噪声, 而在存在物体边界的区域则保护细节信息。对比实验表明, 此方法具有更高的收敛速度, 更好的客观评价指标和主观视觉效果。

关键词 模糊 平滑约束 边缘检测和保护 图像复原

中图分类号: TP391.41 **文献标识码**: A **文章编号**: 1006-8961(2005)09-1178-06

An Adaptive Smoothness Constraint Image Restoration Algorithm Based on Fuzzy Functions

LIU Peng¹⁾, ZHANG Yan²⁾, MAO Zhi-gang¹⁾

¹⁾(Harbin Institute of Technology, Microelectronics Center, Harbin 150001)

²⁾(Harbin Institute of Technology, ShenZhen Graduate School, Shenzhen 518055)

Abstract A new degraded image restoration algorithm which uses adaptive smoothness constraint based on fuzzy functions is used, is proposed. In order to suppress noise in image, simultaneously, preserve the details during image restoration, the algorithm uses the fuzzy functions to estimate the number and orientation of line elements in each image region, then these edge estimation results lead to Corresponding smoothness constraint. Furthermore, the smoothness constraint is updated along with image restoration iteration, such that the algorithm can suppress noise in flat regions and preserve details of existing edge. The experimental results show that it has faster convergence speed, better objective quality and subjective vision effect.

Keywords fuzzy, smoothness constraint, edge-detecting and preserving, image restoration

1 引言

图像复原是图像处理的一个重要研究领域。图像复原的目的是为了改进观测图像的视觉效果, 使其逼近原始图像。近30年的研究, 已经形成了比较系统的理论体系。图像复原技术已经应用于众多的科学和工程领域, 如光学图像复原、多通道信息融合、天文图像复原、医学影像、军事侦察等。

图像复原是病态反问题, 即其复原结果不连续地依赖于观测数据。造成这种现象的原因是由于卷积核存在频域零点的缘故。基本的图像复原方法就是对线性方程组进行数值求解的方法, 傅里叶变换可以使这个数值求解过程快速完成, 由此演化出来的图像复原技术有逆滤波、Wiener滤波、有约束最小二乘法^[1]等。1978年, Youla等将投影到凸集(POCS)的理论和方法用于图像复原^[2], 从而推动了一大类迭代图像复原技术的产生和发展。POCS

收稿日期: 2004-10-25; 改回日期: 2005-03-14

第一作者简介: 刘鹏(1973~), 男, 2003年获哈尔滨工业大学计算机科学与技术学院模式识别与智能系统专业硕士学位。现为哈尔滨工业大学微电子中心博士研究生。主要研究方向为数字视频处理、数字图像处理、VLSI设计。E-mail: pengliu@hit.edu.cn

方法虽具有理论意义,但对存储空间的要求很大,且计算复杂性高,不能快速计算,这就限制了它的应用。Schultz 等提出用统计和随机过程分析的方法来进行图像复原,即先使用 Huber-Markov 随机场作为图像的先验模型,然后在贝叶斯框架内,通过条件概率最大化来复原图像^[3,4]。基于统计和随机过程的方法虽已被广泛研究,然而,由于所有这些方法并没有包含自适应平滑约束条件,因此算法的泛化能力差,计算量也很大。另外,一些图像复原的快速算法也被广泛报道^[5,6],这些方法是根据退化矩阵的特点来改进算法的效率。

观测图像是由实际景物经过成像和传输系统,并混入噪声产生的图像,其中成像和传输过程实际上可以用一个低通滤波器来描述。图像复原就是由一幅或多幅观测图像来恢复原始图像的图像处理技术,其目的是为了估计在成像和传输过程中损失的高频成分,并抑制噪声,以增加图像的信息量和改善图像的视觉效果。在图像中,由于噪声和物体的边缘都对应着高频成分,因此在图像复原过程中,保护物体的边缘(细节)和抑制噪声是一对矛盾。

本文提出了一种基于模糊函数的自适应平滑约束图像复原算法。此方法首先用模糊技术进行边缘检测,并根据检测结果更新图像复原的平滑约束条件;然后随着迭代的进行,更多图像细节信息被检测出来,同时自适应地产生更合理的平滑约束条件。这个方法可以根据当前迭代结果,有选择地保护细节,同时抑制噪声。由于模糊平滑约束条件被引入到图像复原的迭代过程中,所以该算法更符合人眼的视觉特性。本文提出的算法,其实质是先根据当前迭代结果提取关于图像边缘的先验知识,再自适应地构造更符合图像边缘信息的平滑约束条件,用于进行图像复原处理。该算法同时注重边缘检测和保护。实验结果表明,本文提出的模糊平滑约束图像复原方法与传统的复原算法相比较,具有更高的收敛速度、更好的客观评价指标和主观视觉效果,能够产生边缘清晰,细节丰富的复原图像。

2 图像退化模型和规整化复原方法

假设观测图像 $y(i, j)$ 是由原始图像 $x(i, j)$ 经过成像和传输系统 $h(m, n)$, 并混入加性高斯噪声 $\eta(i, j)$ 产生的(如图 1 所示), 则图像退化模型可写成以下矩阵-向量形式:

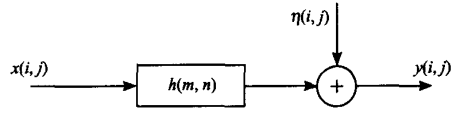


图 1 图像退化模型

Fig. 1 The model of degraded image

$$y = Bx + \eta \quad (1)$$

其中, y, x 和 η 分别为 $y(i, j), x(i, j)$ 和 $\eta(i, j)$ 排成辞典顺序的向量, 假设观测图像的尺寸为 $M \times N$, 则向量 y, x 和 η 的长度为 MN 。 B 为图像退化矩阵, 它是以 $h(m, n)$ 作为卷积核生成的循环矩阵, 它的尺寸为 $(MN) \times (MN)$ 。这个退化模型说明, 图像复原可以转化为线性信号的复原问题。对光学成像系统来说, 其特性可典型地用以下高斯函数描述:

$$h(m, n) = \begin{cases} \exp\left[-\frac{m^2 + n^2}{2\pi\sigma^2}\right] & (m, n) \in \Omega \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

其中, Ω 是 $h(m, n)$ 的支持域。

求解式(1)可以得到对原始图像 x 的逼近 \hat{x} , 最小二乘法是求解式(1)的典型方法之一。为了克服图像复原的病态问题, 使用有约束的最小二乘法的效果更好, 因为它在使 $\|y - B\hat{x}\|^2 - \|\eta\|^2$ 最小的同时, 可使估计 \hat{x} 的二阶差分的范数平方 $\|\hat{x}''\|^2$ 最小。 \hat{x} 的二阶差分可以通过 $\hat{x} * c_0$ 卷积计算, 其中矩阵 c_0 为

$$c_0 = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

解式(1)的规整化方法是使下面代价函数 $f(x)$ 对解的估计取得最小值^[7]:

$$\begin{cases} \hat{x} = \arg \min_x f(x) \\ f(x) = \|y - Bx\|^2 - \|\eta\|^2 + \lambda \|C_0 x\|^2 \end{cases} \quad (4)$$

其中, C_0 为以 c_0 作为卷积核生成的循环矩阵, λ 为规整化系数。 $\lambda \|C_0 x\|^2$ 在式(4)中的作用是克服解式(1)时的病态问题, 当存在观测噪声和对退化矩阵 B 的估计存在误差时, 此项的作用是使式(1)的数值解 \hat{x} 连续地依赖其真实解 x 。对 $f(x)$ 求关于 x 的偏导数, 并使其为零的 \hat{x} 是对原始图像 x 的估计, 这个偏导数为零的方程为

$$(B^T B + \lambda C_0^T C_0)x = B^T y \quad (5)$$

用 Van Cittert 法对式(5)求解的迭代表达式为

$$\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_k + \beta(B^T y - (B^T B + \lambda C_0^T C_0)\hat{x}_k) \quad (6)$$

其中, β 为步长控制参数, k 为迭代次数。

式(4)用 C_0 作为平滑约束条件, C_0 对应着各向同性的高通滤波器, 规整参数 λ 用于对复原图像的平滑度进行控制。由此可以发现: 由于 C_0 各向同性, 因此无论规整化参数 λ 如何选取, 迭代式(6)总是同时放大图像的边缘和噪声, 或者在抑制噪声的同时, 也使图像的边缘(细节)被过度平滑了。

3 模糊平滑约束图像复原

3.1 模糊平滑约束

为了克服规整化图像复原方法会同时抑制或放大噪声和图像边缘这一缺点, 对边缘的检测和保护是必要的, 这是当前图像复原问题研究的一个热点领域。由于人眼对图像中平坦区域的噪声是敏感的, 相反, 对图像中剧烈变化区域的噪声是不敏感的, 这就是人眼的视觉特性, 因此, 如式(6)那样, 对整幅图像的所有区域用一个各向同性的高通滤波器构成平滑约束来进行图像复原, 显然是不适当的。可见检测和保护图像边缘(细节), 并根据不同平滑约束条件进行图像复原, 既是改善复原图像质量的关键环节, 也是符合人眼的视觉特性的。

本文首先使用模糊技术来检测图像边缘, 并利用检测结果自适应地生成平滑约束, 然后使用迭代表达式进行图像复原。假设在图像的 (i, j) 像素点处的模糊边缘评价函数为 $\tilde{Q}_{l,x}(i, j)$, $l=0, 1, \dots, 4$, l 对应着边缘的方向。由于 $\tilde{Q}_{l,x}(i, j)$ 是模糊函数, 其在 $[0, 1]$ 之间连续取值, 因此它反映的是在 (i, j) 点处存在不同方向边缘的程度。 $\tilde{Q}_{l,x}(i, j) \rightarrow 0$, $l=1, \dots, 4$ 表示在以 (i, j) 点为中心的局部矩形区域(一般取此矩形区域的大小为 3×3 或 5×5)内没有边缘, $\tilde{Q}_{l,x}(i, j) \rightarrow 1$, $l=1, \dots, 4$ 表示在该区域有明确边缘。 $l=0$ 对应图像局部平坦情况; $l=1$ 对应存在水平边缘; $l=2$ 对应存在垂直边缘; $l=3$ 对应存在 45° 边缘; $l=4$ 对应存在 135° 边缘。 $\tilde{Q}_{l,x}(i, j)$, $l=0, 1, \dots, 4$ 的计算表达式为

$$\begin{aligned}\tilde{Q}_{0,x}(i, j) &= \frac{1}{1 + \exp[-\kappa |x(i, j-1) - x(i, j+1)| + \mu]} \\ \tilde{Q}_{1,x}(i, j) &= \frac{1}{1 + \exp[-\kappa |x(i-1, j) - x(i+1, j)| + \mu]} \\ \tilde{Q}_{2,x}(i, j) &= \frac{1}{1 + \exp[-\kappa |x(i-1, j-1) - x(i+1, j+1)| + \mu]} \\ \tilde{Q}_{3,x}(i, j) &= \frac{1}{1 + \exp[-\kappa |x(i+1, j-1) - x(i-1, j+1)| + \mu]} \\ \tilde{Q}_{4,x}(i, j) &= \frac{1}{1 + \exp[-\kappa |x(i+1, j-1) - x(i-1, j+1)| + \mu]}\end{aligned}$$

$$\tilde{Q}_{0,x}(i, j) = \begin{cases} 1 - \sum_{l=1}^4 \tilde{Q}_{l,x}(i, j) & \sum_{l=1}^4 \tilde{Q}_{l,x}(i, j) \leq 1 \\ 0 & \sum_{l=1}^4 \tilde{Q}_{l,x}(i, j) > 1 \end{cases} \quad (7)$$

式(7)中, κ 和 μ 为正常数, 它们决定评价函数 $\tilde{Q}_{l,x}(i, j)$ 对边缘的敏感程度, 假设模糊检测的敏感度为 S , $0 < S < 1$, 若 S 越大, 则评价函数 $\tilde{Q}_{l,x}(i, j)$ 对边缘越敏感。参数 κ, μ 与 S 的关系是

$$S = \frac{\kappa}{\mu} \quad (8)$$

边缘评价函数 $\tilde{Q}_{l,x}(i, j)$, $l=0, 1, \dots, 4$ 执行边缘检测功能, 它们分别对应各向同性和 4 个不同方向的高通滤波器 c_l , 对 3×3 矩形区域的各方向的高通滤波器为(也可以根据需要使用不同尺寸的高通滤波器):

$$\begin{aligned}c_0 &= \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} & c_1 &= \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ c_2 &= \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} & c_3 &= \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ c_4 &= \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\end{aligned} \quad (9)$$

令 C_l 为以 c_l 作为卷积核生成的循环矩阵, $l=0, 1, \dots, 4$, 它们分别代表不同方向上的高通滤波器。 C_l 分别用 $\tilde{Q}_{l,x}(i, j)$ 加权, 以形成自适应的平滑约束条件, 并用于构造迭代图像复原公式。为了将迭代求解过程写成矩阵-向量形式, 需要把平滑约束函数的值转换成矩阵形式。假设图像尺寸为 $M \times N$, 首先将边缘评价函数 $\tilde{Q}_{l,x}(i, j)$ 写成向量形式, 用 $\tilde{U}_{l,x} = [\tilde{u}_{l,x}(1), \tilde{u}_{l,x}(2), \dots, \tilde{u}_{l,x}(M \times N)]^T$ 表示, 则加权系数矩阵 $\tilde{W}_{l,x}$ 中的元素为

$$\tilde{W}_{l,x}(m, n) = \begin{cases} \frac{\tilde{u}_{l,x}(m)}{\sum_{l=0}^4 \tilde{u}_{l,x}(m)} & m = n = \{1, 2, \dots, M \times N\} \\ 0 & m \neq n \end{cases} \quad (10)$$

式(10)中加权系数矩阵为对角阵, 它的尺寸为 $(MN) \times (MN)$, 并具有下面两个性质:

① $\tilde{W}_{l,x}$ 是对角阵, 而且在对角线上的元素在 $[0, 1]$ 间连续取值, 即

$$\begin{cases} 0 \leq \tilde{W}_{l,x}(m,n) \leq 1 & m = n, 0 \leq l \leq 4 \\ \tilde{W}_{l,x}(m,n) = 0 & m \neq n \end{cases} \quad (11)$$

②各方向上系数矩阵的和为单位阵:

$$\sum_{l=0}^4 \tilde{W}_{l,x} = \mathbf{I} \quad (12)$$

3.2 自适应图像复原迭代算法

用模糊平滑约束进行图像复原的 Van Cittert 迭代表达式为

$$\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_k + \beta(\mathbf{B}^T \mathbf{y} - \mathbf{B}^T \mathbf{B} \hat{x}_k - \lambda \sum_{l=0}^4 \tilde{W}_{l,\hat{x}_k} \mathbf{C}_l^T \mathbf{C}_l \hat{x}_k) \quad (13)$$

其中, k 为迭代次数。由系数矩阵的性质②, 式(13)变为

$$\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_k + \beta(\mathbf{B}^T \mathbf{y} - \sum_{l=0}^4 \tilde{W}_{l,\hat{x}_k} (\mathbf{B}^T \mathbf{B} + \lambda \mathbf{C}_l^T \mathbf{C}_l) \hat{x}_k) \quad (14)$$

比较式(14)和式(6)可以发现, 式(14)包含了式(6)中的各向同性的平滑约束, 当 $\tilde{Q}_{l,\hat{x}_k}(i,j) = 0$, $l = 1, 2, 3, 4$ 时, 式(14)与式(6)等价。

对于任何一种迭代算法, 其收敛速度是对它的性能进行衡量的重要指标。式(14)利用了模糊边缘评价函数(式(7))对图像的局部区域采用不同的平滑约束, 不但能够在图像的局部平坦区域抑制噪声(这时对应各向同性约束 C_0 的模糊权系数有接近 1 的值), 而且在存在物体边缘的局部区域能够根据模糊评价函数的值在边缘方向上施加相应的平滑约束(这时对应某个方向的约束 C_l , $l \in \{1, 2, 3, 4\}$ 的模糊权系

数有接近 1 的值)。此图像复原方法因为使用了边缘评价函数引导算法来根据图像的局部特性构成适当的平滑约束条件, 所以它获得的复原图像更符合人眼的视觉特性。在迭代过程中模糊权系数矩阵 \tilde{W}_{l,\hat{x}_k} 因为随着迭代的当前结果被不断更新, 每次迭代的结果都更逼近理想图像, 所以模糊边缘评价函数能够检测出更多的边缘信息, 并可引导平滑约束条件更好地保护边缘信息, 使迭代过程的解以更快的速度逼近原始图像。此算法体现了自适应性, 其可根据当前迭代结果来提取图像中边缘的先验知识, 自适应地构造更符合图像细节信息的平滑约束条件, 用于进行图像复原处理。与传统的复原方法相比, 经过改进的模糊平滑约束图像恢复算法不但收敛速度更快, 而且获得的复原图像边缘更清晰, 细节更丰富。

4 实验结果

在实验中, 每 10 次迭代使用本文提出的模糊平滑约束图像复原算法(式(14))进行复原, 而在其他的迭代周期内, 则用 Van Cittert 迭代算法(式(6))进行复原。实验时, 首先对理想图像 x 分别使用不同参数的高斯函数, 并加入零均值高斯噪声进行退化处理来模拟产生观测图像 y , 它的尺寸为 96×96 , 然后用本文提出的模糊平滑约束图像复原方法和传统的复原方法进行对比实验。获得的实验结果见图 2。

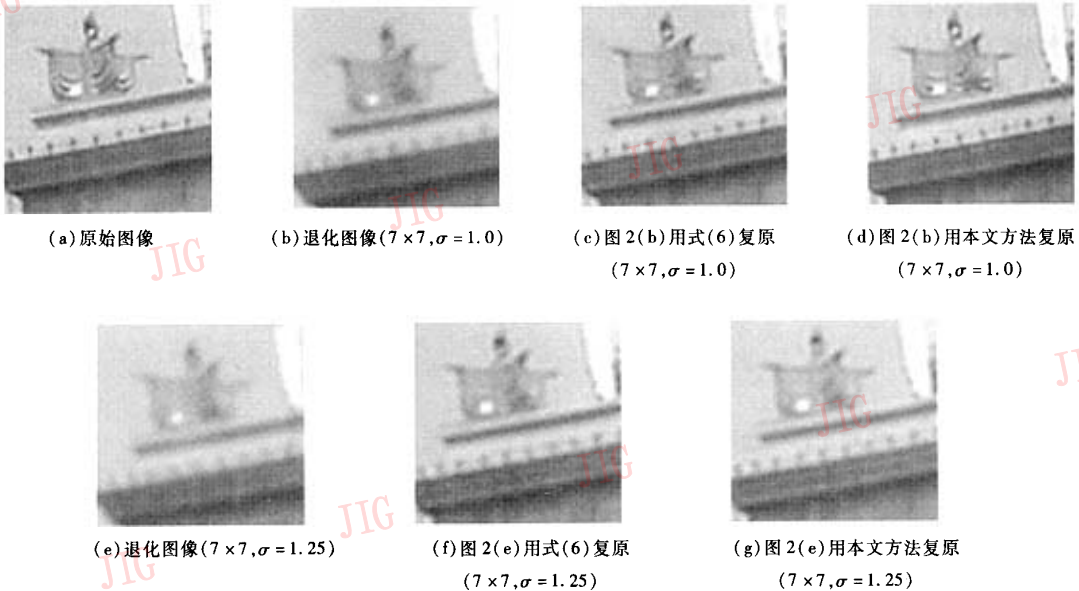


图2 原始图像, 退化图像和复原图像

Fig. 2 Original image, degraded images and restored images

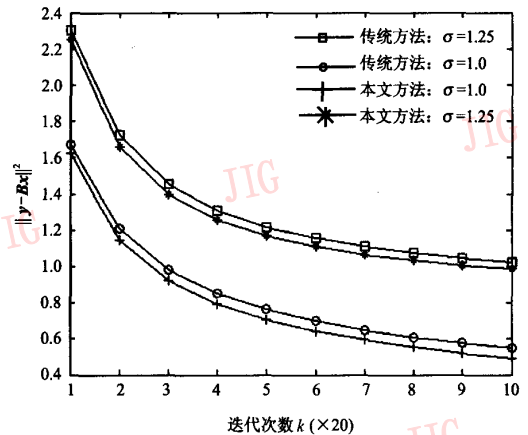
在实验中,模糊函数对细节取中等的敏感程度,即对式(7)和式(8)取参数 $S=0.5, \kappa=2, \mu=4$ 。式(6)和(14)中的 β 是迭代步长控制参数,它的取值一般在 $0.001 \sim 0.1$ 之间。虽然较大的 β 值有利于求解过程的快速收敛,但过大的 β 值将使迭代过程出现振荡现象,不利于获得全局最优解。经实验,取 $\beta=0.1$ 能够获得较理想的复原结果。参数 λ 为规范化参数,它控制复原结果的平滑程度。过大的 λ 值将使复原结果明显恶化,较小 λ 值虽可以改善复原图像的视觉效果,但随着 λ 的减小,复原结果的改善程度趋向饱和,本实验中,取 $\lambda=0.00125$ 。从图 2 中可以发现,本文提出的方法获得的复原图像不仅视觉效果更好,而且边缘更清晰,细节更丰富。

图 3(a) 为学习曲线,它反映 $\|y - Bx\|^2$ 与迭代次数 k 的关系,图 3(b) 为收敛曲线,反映 $\|\hat{x}_{k+1} - \hat{x}_k\|^2 / \|\hat{x}_k\|^2$ 与迭代次数 k 的关系。从图 3(a),图 3(b) 可以发现,本文算法明显改善了收敛速度。在使用本文提出的算法的迭代周期时,收敛曲线出现明显的跃升,但整体的趋势是下降的,同时学习曲线一致下降,这种情况说明,用本文算法得到的复原图像的视觉效果大幅度改善,这不仅反映出本文提出的算法有更高的收敛速度,而且获得的复原图像更逼近理想图像。

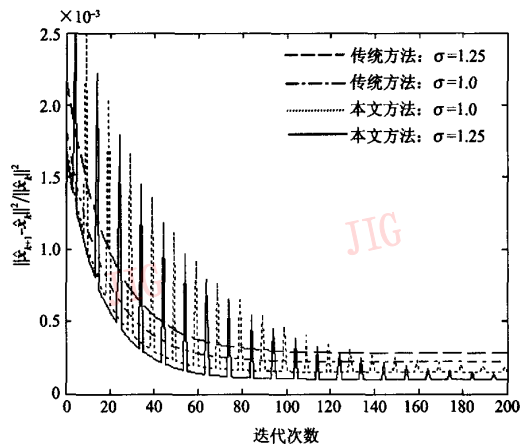
图 3(c) 为线元素检测曲线,图像局部区域的线元素(边缘)可使用式(7)检测出来,因为使用模糊边缘评价函数来检测边缘,其所获得的线元素不一定为整数。通过对图 3(c) 的观察可以发现,随着迭代次数 k 的增加和复原图像的质量不断被改善,模糊评价函数检测出来的线元素数量也不断增加,并且对不同的点扩展函数的参数 σ ,用本文算法检测出来的线元素的数量趋向一致。由于式(14)可以保护更多的图像细节,从而可使复原图像更快地向原始图像逼近。

5 结论

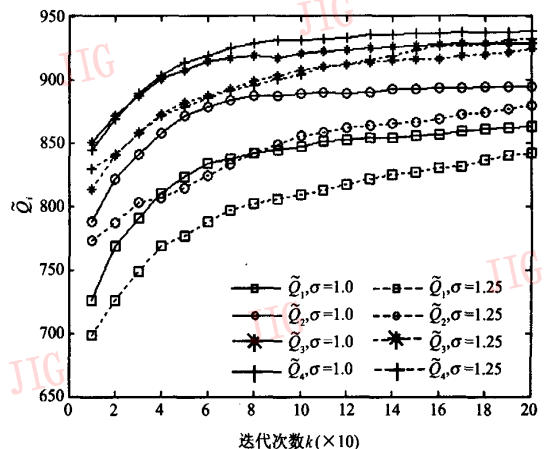
本文提出了一种利用模糊边缘评价函数来自适应地构造平滑约束条件的图像复原算法,该算法首先用模糊边缘评价函数对当前迭代结果进行边缘检测,并且以加权的方式对规范化图像复原算法中的平滑约束条件进行更新,以使边缘得到保护。由于平滑约束条件能够自适应地跟踪图像清晰度的改善情况和图像不同区域的边缘强度和方向,从而可使



(a) 学习曲线



(b) 收敛曲线



(c) 边缘检测曲线

图 3 实验的数据曲线

Fig. 3 The data curves in experiments

复原图像更符合人眼的视觉特性。实验结果表明,此方法不仅明显提高了迭代过程的收敛速度,而且获得的复原图像边缘更清晰,细节更丰富,具有更好的视觉效果。

参考文献 (References)

- 1 Stark H. Image recovery: theory and application [M]. New York: Academic Press, 1987.
- 2 Youla D C. Generalized image restoration by the method of alternating orthogonal projections [J]. IEEE Transactions on Circuits and System, 1978, 25(1): 649 ~ 702.
- 3 Archer A, Titterington D M. On some Bayesian/Regularization methods for image restoration [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1995, 4(7): 989 ~ 995.
- 4 Schultz R R, Steverson R L. A Bayesian approach to image expansion for improved definition [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1994, 3(3): 233 ~ 242.
- 5 Moon J, Kim S K, Paik J K, et al. Fast iterative image restoration algorithm [A]. In: Proceedings of IEEE Asia Pacific Conference on Circuits and Systems [C]. Seoul, Korea: IEEE Press, 1996: 361 ~ 364.
- 6 Xu G F, Bose T, Kober W, et al. A fast adaptive algorithm for image restoration [J]. IEEE Transactions on Circuit and Systems-I: Fundamental Theory and Application, 1999, 46(1): 216 ~ 220.
- 7 Zou Mou-yan. Deconvolution and signal recovery [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2001: 194 ~ 200. [邹谋炎. 反卷积和信号复原 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2000: 194 ~ 200.]